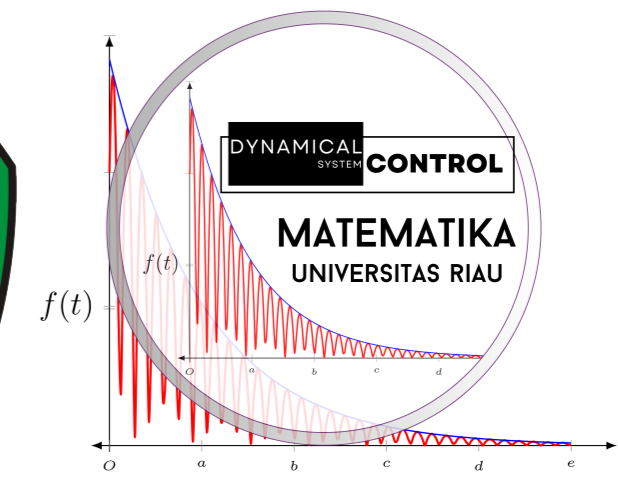


Pengantar Kontrol Linier

Khazin Mu'tamar

Laboratorium Sistem Analisis dan Desain Kontrol,
Kelompok Riset Matematika Komputasi,
Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Riau

khazin.mutamar@unri.ac.id — (+62)81276760127



Deskripsi

Mata kuliah ini mempelajari analisis dan desain fungsi kendali pada sistem dinamik linier. Sistem dinamik linier yang akan dipelajari adalah sistem dinamik diskrit menggunakan Laplace dan kontinu dengan menggunakan persamaan diferensial biasa, yang tidak melibatkan adanya delay dan faktor ketidakpastian. Analisis sistem meliputi solusi bentuk linier baik kontinu dan diskrit, kestabilan, kekontrolan, dan keteramatan. Selain itu, dibahas juga karakteristik suatu sistem dengan kendali tertentu yang terbatas pada orde satu dan orde dua. Desain fungsi kendali secara umum dilakukan untuk sistem loop tertutup dengan memanfaatkan beberapa metode. Metode PID akan dikhususkan pada sistem orde satu dan orde dua dengan memanfaatkan transformasi Laplace. Metode penempatan pole akan diterapkan pada sistem persamaan diferensial yang memanfaatkan nilai eigen dan kestabilan secara Lyapunov. Untuk pengayaan, diberikan juga desain kontrol optimal pada kondisi waktu tunak dengan memanfaatkan persamaan aljabar Riccati. Mata kuliah ini dilengkapi dengan simulasi untuk memperkuat pemahaman yang memanfaatkan software Matlab dan Python.

Materi Pembelajaran

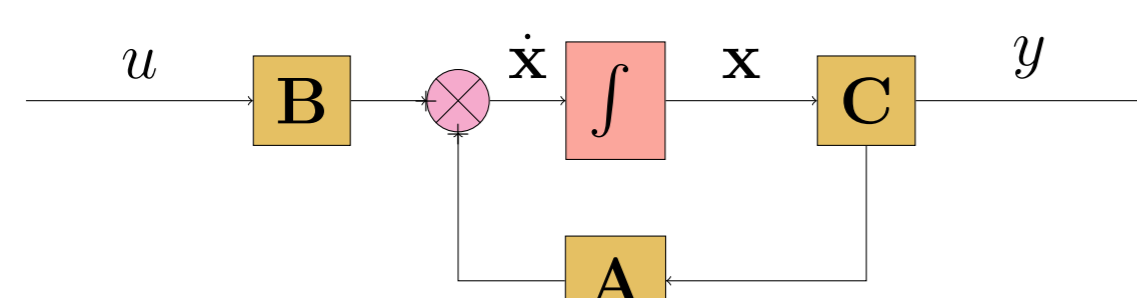
Materi yang menjadi pokok pembelajaran adalah

1. Sistem kontrol linier
2. Solusi sistem dinamik linier
3. Respon sistem kontrol linier; orde satu dan orde dua
4. Karakteristik sistem linier; kestabilan, kekontrolan, dan keteramatan
5. Desain kontrol linier dengan PID
6. Desain kontrol linier dengan penempatan poles
7. Desain kontrol linier dengan kontrol optimum

Sistem Kontrol Linier

Materi yang disajikan pada bagian ini adalah

1. Sistem kontrol linier dan klasifikasinya
2. Transformasi sistem kontrol taklinier menjadi sistem kontrol linier

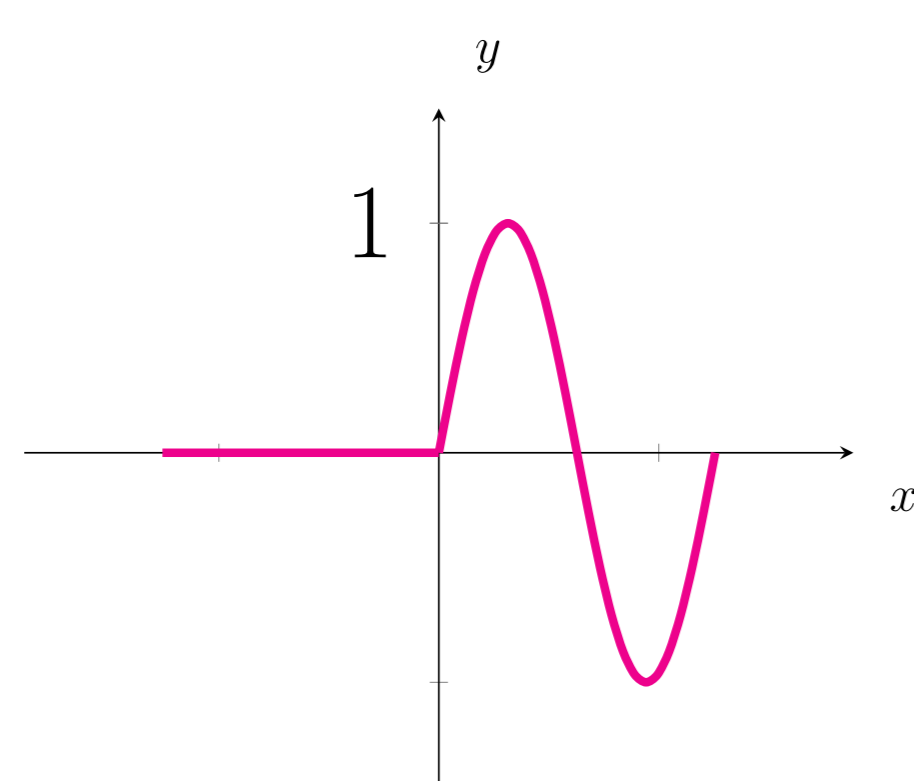


Gambar 1: Diagram blok sistem linier $\dot{x} = Ax + Bu$

Solusi Sistem Dinamik Linier

Materi yang akan dipelajari adalah

1. Transformasi sistem kontrol linier kontinu dan diskrit
2. Transformasi state-space dan bentuk transfer
3. Solusi sistem dinamik linier diskrit menggunakan z-transform
4. Solusi sistem dinamik linier kontinu menggunakan Laplace
5. Solusi bentuk kanonik dari sistem dinamik kontinu
6. Solusi numerik untuk sistem dinamik linier kontinu; menggunakan Euler dan Runge-Kutta orde empat



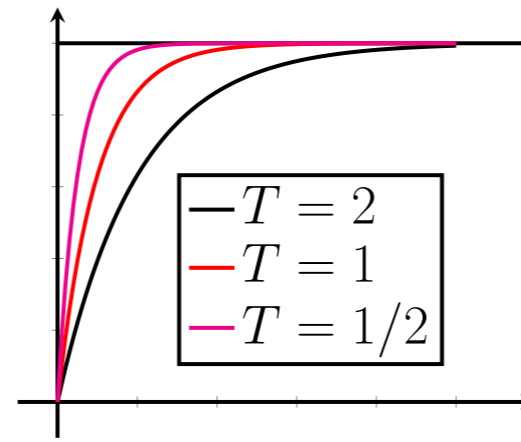
Gambar 2: Kurva $h(t) = f(t)u(t)$ untuk $t \in [-2\pi, 2\pi]$, dengan $f(t) = \sin(t)$ dan $u(t)$ adalah fungsi causal

Respon sistem

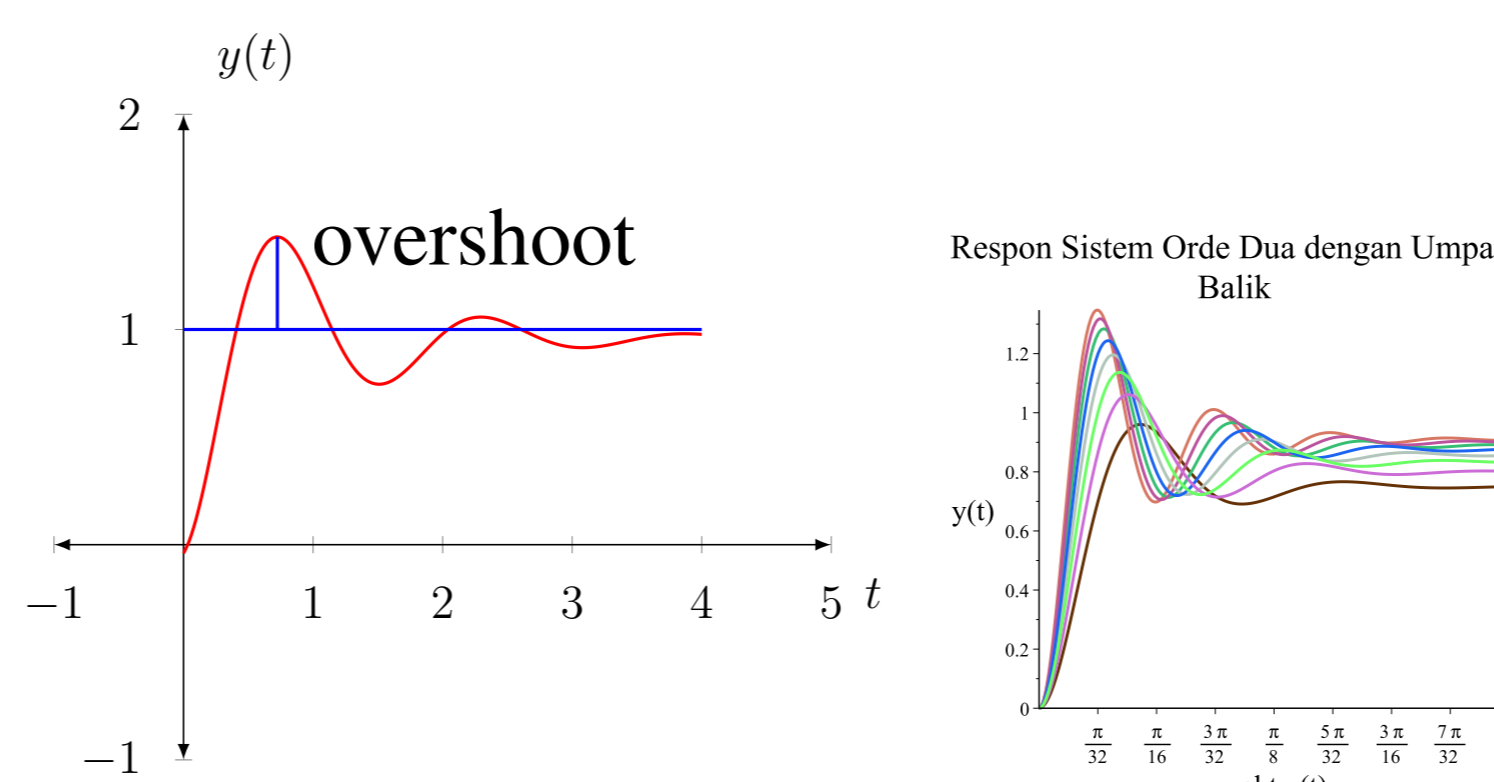
Materi yang akan dipelajari adalah respon sistem orde satu dan orde dua dengan masukan tertentu. Kajian ini akan dilakukan menggunakan bentuk transfer dan state-space. Masukan yang akan dipelajari responnya adalah

1. Input fungsi impuls
2. Input fungsi satuan

3. Input fungsi ramp (fungsi waktu)
4. Input fungsi sin
5. Input fungsi cos



Gambar 3: Respon orde satu dengan masukan fungsi unit untuk variasi periode T



Gambar 4: (a) Overshoot; kondisi dimana luaran sistem merespon dengan bergerak melebihi referensi yang diberikan. (b) respon sistem orde dua dengan variasi umpan balik proporsional

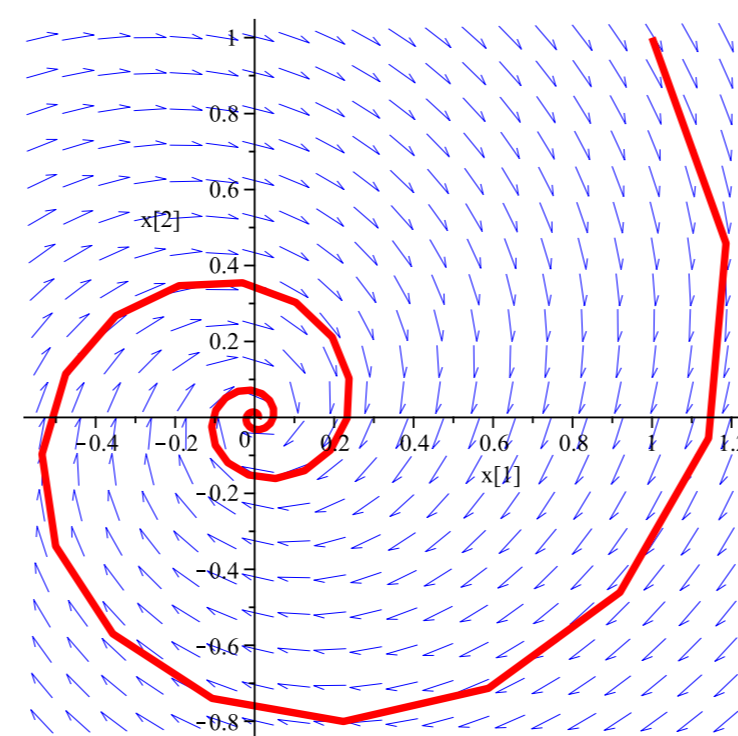
Karakteristik Sistem

Karakteristik sistem adalah sifat dan perilaku yang melekat pada sistem dinamik ataupun sistem kontrol linier. Pada sifat kestabilan dinamik linier, yang akan dipelajari adalah

1. Kestabilan dengan nilai eigen
2. Kestabilan menggunakan tabel Routh
3. Kestabilan berdasarkan sifat Lyapunov

Karakteristik sistem kontrol linier yang akan dipelajari adalah kekontrolan dan keteramatan. Yang meliputi:

1. Definisi kekontrolan dan keteramatan
2. Konstruksi dan uji kekontrolan melalui matriks kekontrolan
3. Konstruksi dan uji keteramatan melalui matriks keteramatan

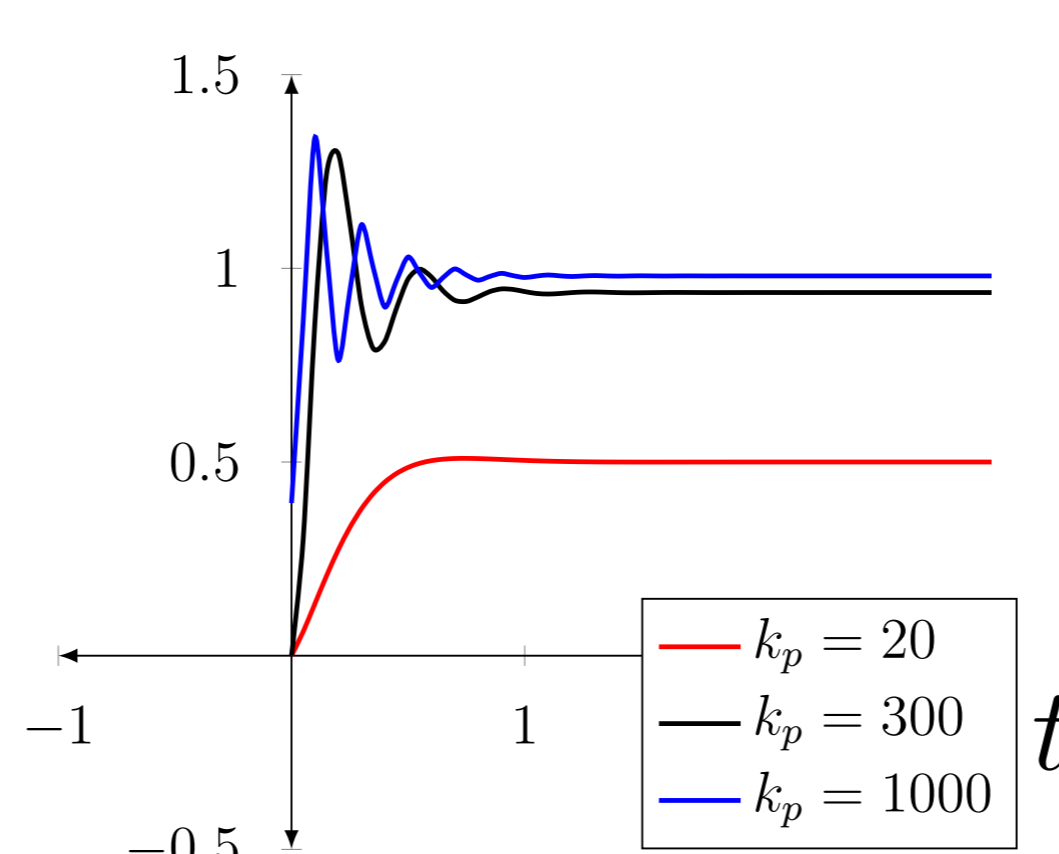


Gambar 5: Bidang fase jika nilai eigen $\lambda_{1,2} = \alpha + i\beta$ kompleks konjugat dan $\text{Re}(\lambda) < 0$

Desain kontrol: PID

PID adalah singkatan dari Proporsional (P), Integral (I), dan derivatif (D). Sistem yang akan dikontrol menggunakan PID adalah sistem kontrol linier orde satu dan orde dua yang merepresentasikan gerak pegas. Pada kontrol PID, luaran sistem berupa fungsi satuan $f(t) = 1$. Seluruh kajian pada metode ini akan menggunakan bentuk transfer dan sangat sedikit menggunakan state-space. Hal yang akan dibahas terkait materi ini adalah

1. Diagram blok pada sistem loop tertutup
2. Kontrol P dan efeknya pada sistem
3. Kontrol PD dan efeknya pada sistem
4. Kontrol PI dan efeknya pada sistem
5. Kontrol PID dan tuning parameter agar luaran sistem sesuai dengan kriteria



Gambar 6: Efek bobot umpan balik kontrol P

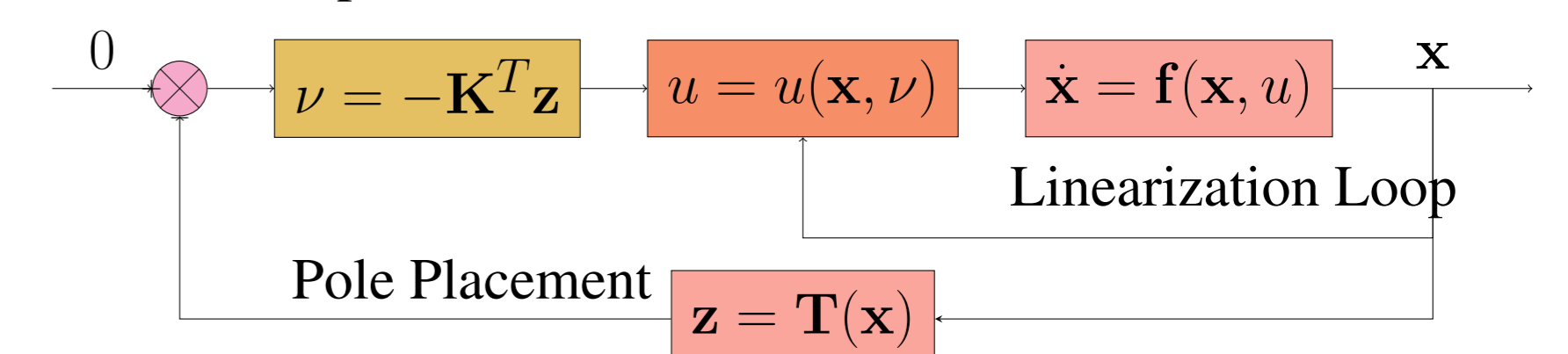
Desain kontrol: penempatan pole

Tujuan utama fungsi kontrol adalah membawa luaran sistem dari nilai awal ke titik yang diinginkan. Pada kuliah ini, dikhususkan masalah regulator yaitu target berupa $y_d(t) = 0$, atau juga dikenal dengan masalah stabilisasi. Sistem linier yang stabil adalah sistem linier yang solusinya menuju 0, yang dapat ditandai salah satunya dengan bagian real dari seluruh nilai eigennya bernilai negatif.

Penempatan poles merupakan teknik desain kontrol pada sistem loop tertutup yang memanfaatkan umpan balik luaran sistem agar sistem yang dikontrol stabil ke nilai eigen yang diinginkan. Hal yang harus dilakukan oleh pendesain fungsi kendali adalah menentukan besaran umpan balik yang sesuai agar sistem memiliki perilaku sesuai kriteria yang diberikan. Penentuan umpan balik ini akan dilakukan dengan beberapa cara, yaitu:

1. Penentuan secara langsung
2. Metode Ackerman dengan Teorema Cayley-Hamilton
3. Metode Lyapunov

Pada kajian ini, pembahasan sepenuhnya akan memanfaatkan bentuk state-space.

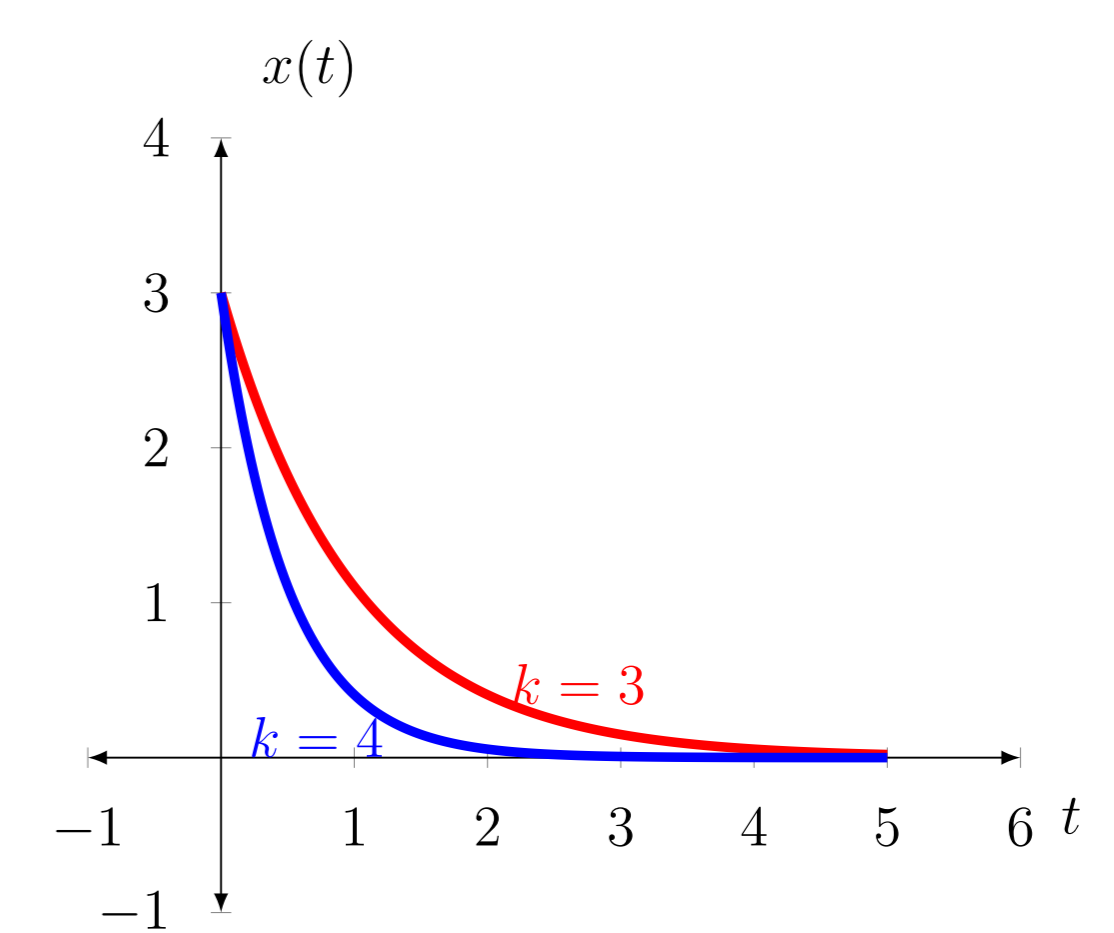


Gambar 7: Diagram penempatan poles pada sistem dilinierisasi

Desain kontrol: Kontrol Optimum

Realitanya, kita tidak bisa memberikan fungsi kontrol dengan jumlah yang tidak terbatas. Ada batasan fungsi kontrol, fungsi keadaan, ataupun cost yang dibutuhkan untuk mengadakan kontrol tersebut. Dalam desain kontrol, perlu diperhitungkan cost sehingga metode kontrol linier sebelumnya tidak bisa digunakan. Materi yang diajarkan adalah

1. Persamaan aljabar Riccati
2. Desain fungsi kontrol
3. Biaya minimum



Gambar 8: Perilaku sistem yang telah distabilkan

Buku Rujukan

- [1] W.E. Boyce, R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems 7th edition*, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [2] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Physic, Biology, Chemistry and Engineering*, New York: Perseus Book Publishing, 2001.
- [3] R. L. Williams II dan D. A. Lawrence, *Linear State-Space Control Systems*, Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.
- [4] K. Ogata, *Modern Control Engineering 5th edition*, New Jersey: Pearson, 2010.
- [5] D. S. Naidu, *Optimal Control Systems*, New York: CRC Taylor & Francis, 2002.
- [6] J.B. Burl, *Linear optimal control H_2 and H_∞ methods*, Addison-Wesley, California, 1999.